REGLAS PARA EL CÁLCULO DE PREDICADOS O CÁLCULO CUANTIFICACIONAL

A continuación se presentan las cuatro reglas definitivas para el cálculo cuantificacional, desarrolladas por el Dr. Pedro Arturo Ramos Villegas. En primer lugar, aparece una tabla con los términos que se emplearán para la formulación de las reglas; en segundo, se explica lo que quiere decir "caer en la trampa cuantificacional", y por último, se exponen las reglas de la Instanciación Universal (IU), Generalización Existencial (GE), Instanciación Existencial (IE) y Generalización Universal (GU).

Nombre	Símbolos	Representan:
Metavariables individuales	μ , α	variables individuales cualesquiera
Metafunciones proposicionales	$\Phi\mu$, $\Phi\alpha$	funciones proposicionales cualesquiera
Metaconstante individual	γ	una constante cualquiera
Metasímbolo individual	ν	una variable o una constante individual cualesquiera

"Caer en la trampa cuantificacional"	Sucede si al sustituir una variable μ que figura libre en un lugar en una fórmula $\Phi\mu$ por una variable ν, ν queda ligada en ese lugar por un cuantificador interno a $\Phi\nu$.

INSTANCIACIÓN UNIVERSAL (**IU**)

$$\frac{(\mu)\ \Phi\mu}{\therefore\ \Phi\nu}$$

Restricciones implícitas en la formulación

- μ debe ser una variable
- ν puede ser una variable o una constante

Restricciones propias de la Regla

1) Toda figuración libre de μ en $\Phi\mu$ debe reemplazarse por ν en $\Phi\nu$.

2) Si μ está libre en un lugar en $\Phi\mu$, entonces ν debe estar libre en ese lugar en $\Phi\nu$.

Así, si ν es una variable, no debe caer en una "trampa cuantificacional" en $\Phi\nu$, *i. e.*, ν no debe quedar ligada por un cuantificador interno en $\Phi\nu$. Si no se cumple esta última restricción puede ocurrir, p. ej., que:

$$\frac{(x)(\exists y)\ x \neq y}{\therefore (\exists y)(\exists y)\ y \neq y}$$

GENERALIZACIÓN EXISTENCIAL (**GE**)

$$\frac{\Phi\nu}{\therefore (\exists\mu)\ \Phi\mu}$$

Restricciones implícitas en la formulación

- ν puede ser una variable o una constante.
- μ debe ser una variable.

Restricciones propias de la Regla

1) Si ν está libre en un lugar en $\Phi\nu$, entonces μ debe estar libre en ese lugar en $\Phi\mu$.
2) Si μ está libre en un lugar en $\Phi\mu$, entonces ν debe estar libre en ese lugar en $\Phi\nu$.

Así, la inferencia es correcta si al sustituir ν por μ en $\Phi\mu$, μ no cae en "trampa cuantificacional" en $\Phi\mu$:

$$\frac{(\exists y)\ x \neq y}{\therefore (\exists x)\ (\exists y)\ x \neq y}$$

Si no se cumple esta restricción puede ocurrir, p. ej.:

$$\frac{(\exists y)\ x \neq y}{\therefore (\exists y)(\exists\ y)\ y \neq y}$$

Así, toda figuración libre de μ en $\Phi\mu$ debe poder sustituirse por ν en $\Phi\nu$ sin que ν caiga en una "trampa cuantificacional" en $\Phi\nu$. Si no se cumple esta restricción, puede ocurrir, p. ej., que:

$$\frac{(x)\ x = x}{\therefore (\exists y\ )(x)\ x = y}$$

INSTANCIACIÓN EXISTENCIAL (**IE**)

$$\frac{(\exists\mu)\ \Phi\mu}{\therefore\ \Phi\gamma}$$

Restricciones implícitas en la formulación

- μ debe ser una variable
- γ debe ser una constante

Restricciones propias de la Regla

1) Toda figuración libre de μ en $\Phi\mu$ debe sustituirse por γ en $\Phi\gamma$.
2) γ debe ser una "constante nueva", *i. e.*, no debe haber aparecido en ninguna línea anterior de la prueba.

2.1) "Restricción" derivada. Una consecuencia de esta restricción es que cuando sea necesario llevar a cabo dos instanciaciones, una universal y otra existencial, es **recomendable** realizar primero la existencial.

3) γ no debe aparecer en la conclusión de la prueba, ya que en realidad γ es una "constante indeterminada" que no pertenece al lenguaje.

Si no se respeta esto, podría inferirse, p. ej., 'Fido (el perro) es un humano' a partir de 'Algo es un humano'.

4) Si γ aparece en una fórmula que contiene una variable libre, dicha variable no podrá generalizarse universalmente.

Si no se respeta esta restricción, pueden invertirse falazmente los cuantificadores universal y existencial.

1. (x)(∃y) Axy	
2. (∃y) Axy	1, IU
3. Axa	2, IE
4. (x) Axa	3, GU **aquí se violó la restricción**
5. (∃y)(x) Axy	4, GE

GENERALIZACIÓN UNIVERSAL (**GU**)

$$\frac{\Phi\alpha}{\therefore (\mu)\ \Phi\mu}$$

Restricciones implícitas en la formulación

- α debe ser una variable
- μ debe ser una variable

Restricciones propias de la Regla

1) Si ν está libre en un lugar en $\Phi\nu$, entonces μ debe estar libre en ese lugar en $\Phi\mu$.
2) Si μ está libre en un lugar en $\Phi\mu$, entonces ν debe estar libre en ese lugar en $\Phi\nu$.

Así, la inferencia es correcta si al sustituir γ por μ en $\Phi\mu$, μ no cae en una "trampa cuantificacional" en $\Phi\mu$. Si no se cumple esta restricción puede ocurrir, p. ej., que:

$$\frac{(\exists x)\ x \neq y}{\therefore (x)(\exists x)\ x \neq x}$$

Así, toda figuración libre de μ en $\Phi\mu$ debe poder sustituirse por γ en $\Phi\gamma$ sin que γ caiga en una "trampa cuantificacional" en $\Phi\gamma$. Si no se cumple esta restricción puede ocurrir, p. ej., que:

$$\frac{(x)\ x = x}{\therefore (y)\ (x)\ x = y}$$