

$$\text{LEF1: } p \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot \sim q)]$$

$$\text{LEF2: } p \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee \sim q)]$$

1. 1. $A \supset B / \therefore A \supset [B \cdot (C \vee \sim C)]$
2. $A \supset [(B \cdot C) \vee (B \cdot \sim C)]$ 1, LEF
3. $A \supset [B \cdot (C \vee \sim C)]$ 2, Dist.

Comentario [M1]: "Expande" un consecuente agregándole en conjunción una tautología. [LEF1]

2. 1. $[A \cdot (B \vee \sim B)] \supset C / \therefore A \supset C$
2. $[(A \cdot B) \vee (A \cdot \sim B)] \supset C$ 1, Dist.
3. $A \supset C$ 2, LEF

Comentario [M2]: "Contrae" un antecedente formado por una conjunción eliminándole el conjuntivo tautológico. [LEF1]

3. 1. $A / \therefore A \cdot \sim (B \cdot \sim B)$
2. $(A \cdot B) \vee (A \cdot \sim B)$ 1, LEF
3. $A \cdot (B \vee \sim B)$ 2, Dist.
4. $A \cdot (\sim \sim B \vee \sim B)$ 3, D.N.
5. $A \cdot \sim (\sim B \cdot B)$ 4, De M.
6. $A \cdot \sim (B \cdot \sim B)$ 5, Conm.

Comentario [M3]: A un enunciado se le agrega en conjunción una tautología. [LEF1]

4. 1. $A / \therefore B \supset B$
2. $(A \cdot B) \vee (A \cdot \sim B)$ 1, LEF
3. $A \cdot (B \vee \sim B)$ 2, Dist.
4. $(B \vee \sim B) \cdot A$ 3, Conm.
5. $B \vee \sim B$ 4, Simp.
6. $\sim B \vee B$ 5, Conm.
7. $B \supset B$ 6, Impl.

Comentario [M4]: De un enunciado cualquiera se infiere una tautología cualquiera. [LEF1]

5. 1. $A \supset [B \vee (C \cdot \sim C)] / \therefore A \supset B$
2. $A \supset [(B \vee C) \cdot (B \vee \sim C)]$ 1, Dist.
3. $A \supset B$ 2, LEF

Comentario [M5]: "Contrae" el consecuente formado por una disyunción eliminándole el disyuntivo contradictorio. [LEF2]

6. 1. $A \vee \sim (B \vee \sim B) / \therefore A$
2. $A \vee (\sim B \cdot \sim \sim B)$ 1, De M.
3. $A \vee (\sim B \cdot B)$ 2, D.N.
4. $A \vee (B \cdot \sim B)$ 3, Conm.
5. $(A \vee B) \cdot (A \vee \sim B)$ 4, Dist.
6. A 5, LEF

Comentario [M6]: "Contrae" una disyunción eliminándole el disyuntivo contradictorio. [LEF2]

7. 1. $A \vee \sim (B \supset B) / \therefore A$
2. $A \vee \sim \sim (B \cdot \sim B)$ 1, Impl.
3. $A \vee (B \cdot \sim B)$ 2, D.N.
4. $(A \vee B) \cdot (A \vee \sim B)$ 3, Dist.
5. A 4, LEF

Comentario [M7]: "Contrae" una disyunción eliminándole el disyuntivo contradictorio. [LEF2]

8. 1. $[A \cdot (B \supset B)] \supset C$
2. $C \supset D$
3. $A \vee (E \cdot \sim E) / \therefore D$
4. $[A \cdot (B \supset B)] \supset D$ 1, 2, S.H
5. $[A \cdot (\sim B \vee B)] \supset D$ 4, Impl.
6. $[A \cdot (B \vee \sim B)] \supset D$ 5, Conm.
7. $[(A \cdot B) \vee (A \cdot \sim B)] \supset D$ 6, Dist.
8. $A \supset D$ 7, LEF
9. $(A \vee E) \cdot (A \vee \sim E)$ 3, Dist.
10. A 9, LEF
11. D 8, 10, M.P.

Comentario [M8]: "Contrae" un antecedente formado por una conjunción eliminándole el conjuntivo tautológico. [LEF1]; "contrae" una disyunción eliminándole el disyuntivo contradictorio [LEF2].